Titre : Analyse mathématique et approximation numérique de solutions périodiques des modèles monodomaine et bidomaine en électrophysiologie cardiaque

Mot clés : Électrophysiologie cardiaque, modèle monodomaine, modèle bidomaine, solutions périodiques, méthode des volumes finis, approximation de Faedo-Galerkin, méthode de Newton.

Résumé : Cette thèse est consacrée à l'analyse mathématique et à l'approximation numérique de solutions périodiques en temps des modèles monodomaine et bidomaine en électrophysiologie cardiaque soumis à une stimulation électrique périodique. Nous établissons l'existence de solutions faibles périodiques pour le modèle monodomaine à l'aide d'une approximation de Faedo-Galerkin, d'estimations d'énergie et d'arguments de compacité. Nous développons ensuite des schémas de la méthode des volumes finis en dimensions un et multidimensionnelle, démontrons l'existence et l'unicité des solutions discrètes, puis construisons des solutions numériques périodiques grâce à une approche de point fixe associée à une méthode de Newton. Cette stratégie est ensuite étendue au modèle bidomaine, pour lequel nous établissons également l'existence et la convergence des solutions discrètes périodiques. Enfin, des simulations numériques fondées sur les modèles ioniques de FitzHugh-Nagumo, Rogers-McCulloch et Aliev-Panfilov confirment les résultats théoriques obtenus.

Title: Mathematical Analysis and Numerical Approximation of Time-Periodic Solutions for the Monodomain and Bidomain Models in Cardiac Electrophysiology

Keywords: Cardiac electrophysiology, monodomain model, bidomain model, time-periodic solutions, finite volume method, Faedo-Galerkin approximation, Newton method.

Abstract: This thesis is devoted to the mathematical analysis and numerical approximation of time-periodic solutions to the monodomain and bidomain models of cardiac electrophysiology under periodic electrical stimulation. We establish the existence of weak time-periodic solutions for the continuous monodomain model using a Faedo-Galerkin approximation, energy estimates, and compactness arguments. Finite volume schemes are then developed for the one- and multidimensional monodomain models. We prove the existence and uniqueness of discrete solutions and construct periodic numerical solutions through a fixed-point approach combined with a Newton method. The methodology is extended to the bidomain model, where the existence and convergence of periodic discrete solutions are also established. Numerical experiments based on the FitzHugh-Nagumo, Rogers-McCulloch, and Aliev-Panfilov ionic models validate the theoretical results.