

Méthodes numériques multi-échelles pour la simulation de matériaux aléatoires quasi-périodiques

Les matériaux hétérogènes à microstructure architecturée (e.g. matériaux composites) suscitent un intérêt toujours croissant de la part de nombreuses industries. Les modèles mathématiques nécessitent une représentation fine de ladite microstructure pour pouvoir prédire avec précision leur comportement complexe. Ceci implique des simulations coûteuses pour des objets comparativement grands, notamment pour des matériaux apériodiques. Les problèmes stochastiques, tels que ceux provoqués par des pertes de périodicité aléatoires, sont particulièrement affectés par cet écueil du fait des multiples résolutions qu'ils requièrent généralement. Ce travail vise à réduire le coût de simulations numériques pour cette classe de matériaux via des techniques spécifiquement conçues ; on s'intéresse aux problèmes de diffusion stationnaire.

Tout d'abord, une méthode multi-échelles est développée pour réduire la complexité associée à la taille du problème. Elle repose sur une représentation à deux échelles permettant une formulation tenseur-structurée du problème qui exploite la récurrence de motifs microscopiques par des techniques d'approximation de faible rang. Ensuite, elle est appliquée à l'homogénéisation stochastique de matériaux quasi-périodiques soit localement perturbés soit légèrement transformés. D'une part, les quantités homogénéisées sont estimées à moindre coût via une approximation des correcteurs. D'autre part, le coût associé à une estimation par la méthode de Monte-Carlo est restreint en réduisant le nombre d'échantillons par une variable de contrôle. L'intérêt de cette dernière technique est montré même pour des matériaux peu structurés. Finalement, l'association avec une méthode de décomposition de domaine confère plus de flexibilité dans le choix d'espaces d'approximation. Elle permet également l'appel non-intrusif à des codes de calcul propriétaires pour traiter localement des frontières intérieures, incertitudes ou non-linéarités.

Mots-clés : quasi-périodicité ; méthode de Galerkin discontinue ; approximation de tenseurs ; modélisation multi-échelles ; diffusion hétérogène ; méthode des éléments finis ; homogénéisation stochastique ; méthodes de décomposition de domaine ; défauts aléatoires ; matériaux composites.

Visa du Directeur de Recherche

