

Titre : Réduction de modèle par des approches basées sur les mesures

Mot clés : loi de conservation ; hiérarchie moment-SOS ; réduction de modèle

Résumé : L'objectif de cette thèse est de résoudre des lois de conservation hyperboliques non linéaires à l'aide d'approches basées sur les mesures. La première contribution est une méthode numérique permettant de résoudre des équations aux dérivées partielles (EDPs) hyperboliques scalaires paramétrées à l'aide d'une approche par moments, basée sur un travail précédent de Marx et al. (2020). Cette approche repose sur une notion très faible de solution d'équations non linéaires, à savoir des solutions mesure-valorées (MV) entropie paramétriques. Le problème linéaire à dimension infinie est approché par une hiérarchie de problèmes d'optimisation convexe, de dimension finie et semi-définie, appelée hiérarchie de Lasserre. Au final, plusieurs post-traitements peuvent être effectués, no-

tamment reconstruire le graphe de la solution. La deuxième contribution est une méthode de réduction de modèle pour résoudre des EDPs hyperboliques scalaires à l'aide d'une approche par moments, inspirée d'un travail précédent d'Ehrlacher et al. (2020). Dans cette méthode, nous considérons les snapshots comme des mesures liées aux solutions et définissons l'espace d'approximation comme l'ensemble des barycentres de Wasserstein de ces snapshots. Les phases hors ligne et en ligne sont alors basées sur une projection sur l'espace d'approximation, qui est obtenue par une phase d'optimisation consistant à minimiser l'écart par rapport à certaines informations sous forme de moments sur la solution.

Title: Measure-based Approaches for Model Order Reduction

Keywords: conservation law; moment-SOS hierarchy; model order reduction

Abstract: The objective of this thesis is to solve non-linear hyperbolic conservation laws by measure-based approaches. The first contribution is a numerical method to solve parameter-dependent scalar hyperbolic partial differential equations (PDEs) with a moment approach, based on a previous work from Marx et al. (2020). This approach relies on a very weak notion of solution of non-linear equations, namely parametric entropy measure-valued (MV) solutions. The infinite-dimensional linear problem is approximated by a hierarchy of convex, finite-dimensional, semidefinite programming problems, called Lasserre's hierarchy. Finally, several post-

treatments can be performed, including reconstructing the graph of the solution. The second contribution is a model order reduction method to solve scalar hyperbolic PDEs with a moment approach, inspired of a previous work from Ehrlacher et al. (2020). In this method, we see the snapshots as measures linked to the solutions, and define the approximation space as the set of Wasserstein barycenters of these snapshots. The offline and online phases are then based on a projection onto the approximation space, which is obtained through an optimization phase which consists in minimizing deviation from some moment information on the solution.